

曲率感知 X 光图像自适应去噪方法研究

纪娟娟¹, 庞子祥¹, 周小波^{2*}, 戚茗方¹, 杜明¹, 陈建威¹, 张艺凡¹¹安庆师范大学电子工程与智能制造学院, 安徽 安庆 246133;²安徽农业大学信息与人工智能学院, 安徽 合肥 230036

摘要 针对二阶和四阶偏微分方程在 X 光图像去噪中易产生“阶梯效应”、孤立斑点及边缘模糊的问题,提出了一种融合分段扩散系数、保真项与水平集曲率的曲率感知 X 光图像自适应去噪方法。所提扩散系数采用分段形式以增强对复杂结构特征的辨识能力,实现了扩散强度的精准自适应控制。通过预滤波处理改进保真项,减少了细节信息的丢失。同时,为了实现噪声抑制与细节保留的自适应调控,构建了由水平集曲率驱动的非线性耦合函数,实现了正则项与保真项的自适应平衡。消融实验表明,分段扩散系数、保真项和耦合函数均能提供性能增益,协同作用使峰值信噪比较次优方法提升 0.2216 dB;对比实验证实,本文方法能有效抑制“阶梯效应”、孤立斑点与边缘模糊,且相较于基准模型均方误差下降 7.3188,充分验证了本文方法的优越性,为 X 光图像的精准去噪提供了新的思路和方法。

关键词 X 光图像去噪; 偏微分方程; 耦合函数; 分段扩散系数; 保真项; 水平集曲率

中图分类号 TP391

文献标志码 A

DOI: 10.3788/LOP251819

1 引言

在现代医疗体系中,医学影像已成为临床诊疗的核心依据。通过 X 射线、计算机断层扫描(CT)及磁共振成像(MRI)等技术,医师可获取患者的生物组织微结构与病理特征的空间分布信息。然而,受限于成像设备的物理局限性与外部环境干扰,医学图像普遍存在噪声污染问题。因此,进行图像去噪^[1-6]研究对提升诊断精准性、优化治疗安全性具有重要临床价值。

基于偏微分方程(PDE)的图像去噪方法,凭借其良好的局部自适应性、数学形式规范性以及模型构建灵活性,在实现噪声抑制的同时能有效兼顾边缘与纹理细节保护,被广泛应用于图像去噪^[7-10]。Perona 和 Malik^[11]提出了经典的各向异性扩散模型,即 PM 模型,该模型基于图像梯度进行自适应扩散调控,以实现去噪与边缘保护的平衡。然而,后续研究表明,PM 模型是病态的,会造成去噪的不稳定。于是,Rudin 等^[12]提出了全变差正则化模型,即 ROF 模型,该模型在解决 PM 模型病态问题的同时,显著提升了边缘纹理保持能力。然而,ROF 模型和 PM 模型所依赖的二阶偏微分方程容易引发“阶梯效应”。You 和 Kaveh^[13]提出了一种基于四阶偏微分方程的去噪模型,即 YK 模型,该模型能够有效抑制二阶偏微分方程产生的“阶梯效

应”,但其对边缘的保护能力不足,同时会产生孤立斑点。文献[14]提出了二阶与四阶混合模型,通过区域自适应的扩散阶数选择,并基于剩余局部功率与梯度幅值自适应调节扩散系数,从而能够在保护边缘的同时保留纹理及细节。文献[15]提出了 8-邻域与隐式曲率的多阶偏微分方程混合去噪模型,该模型在避免边缘模糊的同时有效消除了四阶偏微分方程产生的“斑点效应”。Afrates 等^[16]提出了一种面向图像逆去噪问题的加权参数辨识偏微分方程约束优化方法,该方法实现了平坦区域的非过度平滑,并在去噪过程中保留锋利边缘。Shi^[17]提出非线性 Perona-Malik 型非局部扩散方程,该方程不仅继承了非局部方法的优势,还能在恢复噪声图像细节与纹理的同时避免均匀区域的斑点与伪影。Gupta 等^[18]提出了一种新型扩散系数及收敛速度更快的图像相关阈值参数,其模型有效抑制了“阶梯效应”并防止边缘模糊,展现出噪声抑制与边缘保留的优异性能。Thanh 等^[19]提出一种融合一阶与二阶总变分正则化及逆梯度自适应参数的自适应图像恢复方法,该方法实现了噪声高效去除与图像结构完整保留的协同优化。文献[20]基于 ROF 模型框架,采用分数阶变分偏微分方程方法,通过构建自适应边缘检测函数,显著提升了图像边缘特征与纹理细节信息的保留效果。

收稿日期: 2025-08-05; 修回日期: 2025-08-30; 录用日期: 2025-09-09; 网络首发日期: 2025-09-11

基金项目: 国家自然科学基金(62371004)、安徽省自然科学基金(2108085QD182)、安徽省教育厅自然科学重点研究项目(KJ2019A0566)

通信作者: *zxb@ahau.edu.cn

本文在增强去噪能力的同时,减少边缘纹理等细节信息的丢失,设计了分段扩散系数以实现精准自适应扩散;通过预滤波处理改进保真项并约束正则项,减少细节信息的丢失;基于水平集曲率在图像平坦区与边缘区的特性差异,构建了水平集曲率驱动的耦合函数,实现正则项和保真项的自适应平衡。实验结果表明,本文方法能有效去除噪声,减少因边缘纹理等细节丢失造成的模糊现象,同时,能有效抑制“阶梯效应”和孤立斑点的产生。

2 四阶 PDE 模型

基于四阶 PDE 的 YK 模型,其能量泛函数为

$$E(I) = \int_{\Omega} f(|\nabla^2 I|) d\Omega \quad (1)$$

式中: Ω 为图像区域; $f(\cdot) \geq 0$ 且 $f'(\cdot) > 0$, $f'(s) = s \cdot g(s)$, 所以 $E(I) \geq 0$, 又因为 $f'(\cdot) > 0$, 所以在 $|\nabla^2 I| = 0$ 时 $E(I)$ 存在极小值,即 $E(I)$ 存在最优解。先对式(1)进行能量泛函数变分:

$$\delta E(I) = \int_{\Omega} \frac{\partial f(|\nabla^2 I|)}{\partial |\nabla^2 I|} \cdot \delta |\nabla^2 I| d\Omega \quad (2)$$

式中:拉普拉斯算子模值的变分 $\delta |\nabla^2 I|$ 可化简为

$$\delta |\nabla^2 I| = \frac{\nabla^2 I}{|\nabla^2 I|} \cdot \delta (\nabla^2 I) \quad (3)$$

由于拉普拉斯算子是线性算子,将变分算子与拉普拉斯算子交换次序,此时,式(3)可变形为

$$\delta |\nabla^2 I| = \frac{\nabla^2 I}{|\nabla^2 I|} \nabla^2 (\delta I) \quad (4)$$

将式(3)~(4)代入式(2)得:

$$\delta E(I) = \int_{\Omega} \frac{\partial f(|\nabla^2 I|)}{\partial |\nabla^2 I|} \cdot \frac{\nabla^2 I}{|\nabla^2 I|} \nabla^2 (\delta I) d\Omega \quad (5)$$

令:

$$g(|\nabla^2 I|) = \frac{\partial f(|\nabla^2 I|)}{\partial |\nabla^2 I|} \cdot \frac{1}{|\nabla^2 I|} \quad (6)$$

此时,式(5)可化简为

$$\delta E(I) = \int_{\Omega} g(|\nabla^2 I|) \cdot \nabla^2 I \cdot \nabla^2 (\delta I) d\Omega \quad (7)$$

式中: $\nabla^2 (\delta I)$ 为二阶导数项,若直接计算其变分,会导致导数阶数过高而难以处理,故需通过分部积分降低导数阶数:

$$\int_{\Omega} g(|\nabla^2 I|) \cdot \nabla^2 I \cdot \nabla^2 (\delta I) d\Omega = - \int_{\Omega} \nabla \cdot g(|\nabla^2 I|) \cdot \nabla^2 I \cdot \nabla (\delta I) d\Omega + \int_{\partial \Omega} g(|\nabla^2 I|) \cdot \nabla^2 I \cdot \frac{\partial (\delta I)}{\partial n} ds \quad (8)$$

式中: $\int_{\partial \Omega} g(|\nabla^2 I|) \cdot \nabla^2 I \cdot \frac{\partial (\delta I)}{\partial n} ds$ 为边界积分项。

令 δI 在边界上的变化满足自然边界条件,则边界

的积分项为 0。式(8)第二项积分为 0,则式(8)变为

$$\int_{\Omega} g(|\nabla^2 I|) \cdot \nabla^2 I \cdot \nabla^2 (\delta I) d\Omega = - \int_{\Omega} \nabla \cdot g(|\nabla^2 I|) \cdot \nabla^2 I \cdot \nabla (\delta I) d\Omega \quad (9)$$

同理,再对式(9)进行分部积分,此时,式(7)可化简为

$$\delta E(I) = \int_{\Omega} \nabla^2 \cdot g(|\nabla^2 I|) \cdot \nabla^2 I \cdot \delta I d\Omega \quad (10)$$

由变分原理可知:对于任意 δI ,可使 $\delta E(I) = 0$,得到能量泛函数式(1)对应的 Euler-Lagrange 方程:

$$\nabla^2 [g(|\nabla^2 I|) \cdot \nabla^2 I] = 0 \quad (11)$$

用梯度下降流建立偏微分方程:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = - \nabla^2 [g(|\nabla^2 I|) \cdot \nabla^2 I] \quad (12)$$

式中:通常取 $g(|\nabla^2 I|) = 1 / \left[1 + \left(\frac{|\nabla^2 I|}{k} \right)^2 \right]$, k 为拉普拉斯阈值,且 $k > 0$,规定式(12)约束条件为

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial n} = 0 \\ I(x, y, t) \big|_{t=0} = I(x, y) \end{cases} \quad (13)$$

式(12)~(13)被称为 YK 模型,该模型能够避免二阶 PDE 模型产生的“阶梯效应”,但 YK 模型去噪后的图像会出现很多孤立的斑点,同时也容易出现过度平滑导致图像边缘模糊。

3 本文方法的原理

3.1 水平集曲率

当前,索贝尔算子、梯度算子及拉普拉斯算子被广泛应用于边缘检测领域,而边缘检测算子的鲁棒性是影响模型性能的关键因素之一。由于水平集曲率在抗噪性方面优势显著,本文将水平集曲率引入耦合函数的设计中。

由文献[21]可得,嵌入函数 $I(x, y)$ 水平集曲率为

$$\kappa = \text{div} \left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) \quad (14)$$

为了更直观地展示水平集曲率的性能优势,将水平集曲率与拉普拉斯算子、梯度算子进行对比实验。图 1(a) 为 $100 \text{ pixel} \times 100 \text{ pixel}$ 的原始图像,图 1(b) 为添加高斯噪声的图像。在图 1(b) 上沿 $1/10$ 高度绘制水平基线,如图 1(c) 所示,表征平坦区域;沿 $1/2$ 高度绘制水平基线,如图 1(d) 所示,表征边缘区域。通过图 2(a) 和 (b) 分别展示两条特征线上三种算子的响应曲线,实现算子性能的可视化对比。

图 2(a) 和图 2(b) 对比实验结果表明:拉普拉斯算子的模值振荡幅度显著高于其他方法,对噪声干扰具有最高敏感性。梯度算子振荡幅度相对降低,但其模

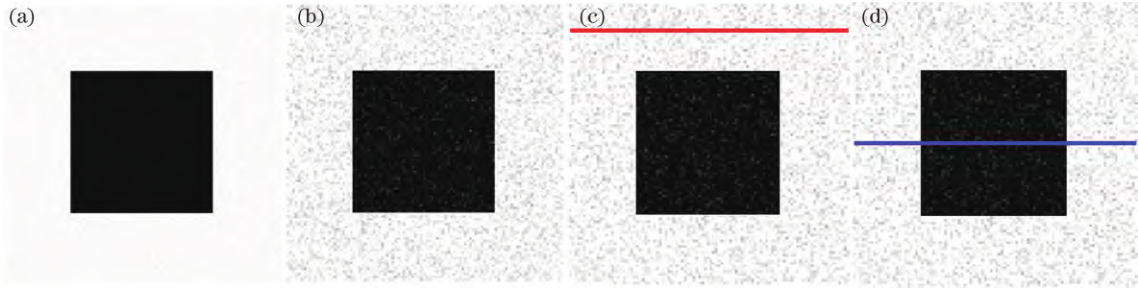


图 1 测试图像。(a)原始图像;(b)加噪图像;(c)平坦区域;(d)边缘区域

Fig. 1 Test images. (a) Original image; (b) noisy image; (c) flat region; (d) edge region

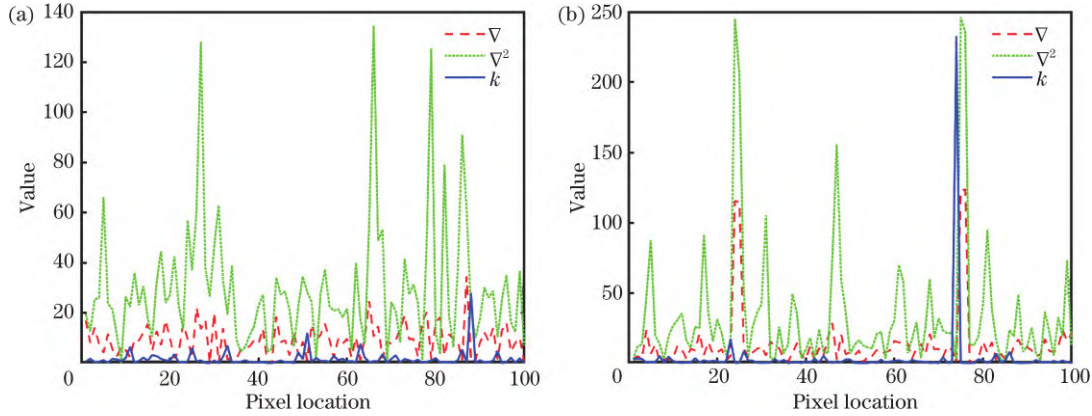


图 2 测试结果。(a)平坦区域各算子模值;(b)平坦区域各算子模值

Fig. 2 Test results. (a) Magnitudes of various operators in flat region; (b) magnitudes of various operators in edge region

值波动仍与噪声强度呈正相关,导致边缘检测过程中仍存在误检风险。值得注意的是,在相同噪声条件下,水平集曲率的模值曲线展现出稳定的模值响应特性,鲁棒性更好,可降低误检风险。因此,本文将水平集曲率引入到本文方法中。

3.2 曲率感知自适应去噪方法

本文通过融合分段扩散系数、保真项与水平集曲率,提出了曲率感知自适应去噪方法。设计分段扩散系数,增强对平坦区域与边缘区域的辨识能力;通过预滤波处理改进保真项,减少细节信息的丢失;同时,构建水平集曲率驱动的非线性耦合函数,对正则项和保真项进行自适应平衡,在抑制噪声的同时有效保留细节信息。该方法的能量泛函定义为

$$E(I) = \int_{\Omega} \beta(|\kappa|) \cdot f(|\nabla^2 I|) d\Omega + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} [1 - \beta(|\kappa|)] \cdot (I - I_{\sigma})^2 d\Omega \quad (15)$$

式中: I_{σ} 为经过高斯平滑后的带噪图像,即 $I_{\sigma} = G_{\sigma} * I$, G_{σ} 为高斯函数, σ 为平滑的尺度; ∇^2 为拉普拉斯算子。式(15)等号右边第一项为正则项,其作用是去除噪声、平滑图像, $\beta(|\kappa|)$ 为水平集曲率驱动的耦合函数;第二项为改进后的保真项,该项能够约束正则项,调控噪声抑制,保留细节信息。现有保真项通常直接应用原始观测图像,在迭代过程中高频噪声可能会引发去噪结果的振荡发散现象。本文通过对原始观测图像进行高

斯预平滑处理,实现保真项的改进。其中, λ 为平衡正则项和保真项的常数。

现分别对能量泛函式(15)中的正则项和保真项进行变分求解,并建立变分模型。

首先,对式(15)中的第一项进行变分求解,得:

$$\delta E_1(I) = \int_{\Omega} \beta(|\kappa|) \cdot \delta f(|\nabla^2 I|) d\Omega \quad (16)$$

对式(16)中 $\delta f(|\nabla^2 I|)$ 进行化简,得:

$$\delta E_1(I) = \int_{\Omega} \beta(|\kappa|) \cdot \frac{\partial f(|\nabla^2 I|)}{\partial |\nabla^2 I|} \cdot \frac{\nabla^2 I}{|\nabla^2 I|} \cdot \nabla^2(\delta I) d\Omega \quad (17)$$

对式(17)进行简化,令:

$$g_1(|\nabla^2 I|) = \frac{\partial f(|\nabla^2 I|)}{\partial |\nabla^2 I|} \cdot \frac{1}{|\nabla^2 I|} \quad (18)$$

此时,对式(17)进行两次分部积分,得:

$$\delta E_1(I) = \int_{\Omega} \beta(|\kappa|) \cdot \nabla^2 \cdot g_1(|\nabla^2 I|) \cdot \nabla^2 I \cdot (\delta I) d\Omega \quad (19)$$

接下来,对式(15)中的第二项进行变分求解,得:

$$\delta E_2(I) = \lambda \int_{\Omega} [1 - \beta(|\kappa|)] \cdot (I - I_{\sigma}) \cdot (\delta I) d\Omega \quad (20)$$

将式(19)和式(20)合并,可得到能量泛函式(15)的总变分。

$$\delta E(I) = \delta E_1(I) + \delta E_2(I) = \int_{\Omega} \beta(|\kappa|) \cdot \nabla^2 \cdot g_1(|\nabla^2 I|) \cdot \nabla^2 I \cdot (\delta I) + \lambda \cdot [1 - \beta(|\kappa|)] \cdot (I - I_{\sigma}) \cdot (\delta I) d\Omega \quad (21)$$

此时,能量泛函式(15)对应的 Euler-Lagrange 方程为

$$\beta(|\kappa|) \cdot \nabla^2 \cdot [g_1(|\nabla^2 I|) \nabla^2 I] + \lambda \cdot [1 - \beta(|\kappa|)] \cdot (I - I_\sigma) = 0 \quad (22)$$

利用梯度下降流建立的偏微分方程为

$$\frac{\partial I}{\partial t} = -\beta(|\kappa|) \cdot \nabla^2 \cdot [g_1(|\nabla^2 I|) \nabla^2 I] - \lambda \cdot [1 - \beta(|\kappa|)] \cdot (I - I_\sigma) \quad (23)$$

在基于 PDE 的去噪模型演进中, Catte^[22] 模型是 PM 模型的改进,该模型使用 $\nabla(G_\sigma * I)$ 代替 ∇I ,解决了 PM 模型在噪声敏感性和数学稳定性上的缺陷。本文为抑制噪声的影响,对式(23)扩散系数 $g_1(|\nabla^2 I|)$ 中的 I 进行高斯预平滑处理,即 $g_1(|\nabla^2 I_\sigma|)$ 。此时,式(23)变为

$$\frac{\partial I}{\partial t} = -\beta(|\kappa|) \cdot \nabla^2 \cdot [g_1(|\nabla^2 I_\sigma|) \nabla^2 I] - \lambda \cdot [1 - \beta(|\kappa|)] \cdot (I - I_\sigma) \quad (24)$$

规定式(24)的约束条件为

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial n} = 0 \\ I(x, y, t)|_{t=0} = I(x, y) \end{cases} \quad (25)$$

式(24)~(25)被称为曲率感知自适应去噪方法。该方法将分段扩散系数、保真项和水平集曲率驱动的耦合函数相融合。下文将对分段扩散系数和耦合函数进行创新性设计。

式(24)中的扩散系数 $g_1(|\nabla^2 I_\sigma|)$ 采用 YK 模型的传统扩散系数,在复杂结构特征中会出现自适应性不足的问题。鉴于此,本文将 $g_1(|\nabla^2 I_\sigma|)$ 重构为分段扩散系数,表达式为

$$g_1(|\nabla^2 I_\sigma|) = \begin{cases} \frac{1}{\log_2 \left\{ e + \log_2 \left[1 + \left(\frac{|\nabla^2 I_\sigma|}{T} \right)^2 \right] \right\}}, & |\nabla^2 I_\sigma| \leq T \\ \frac{1}{1 + \left(\frac{|\nabla^2 I_\sigma|}{T} \right)^2}, & |\nabla^2 I_\sigma| > T \end{cases} \quad (26)$$

式中:阈值 T 采用基于图像特征的自适应设定。预处理阶段,首先对输入图像进行平滑以抑制噪声,然后计算该平滑图像的拉普拉斯模值,并取其中值作为阈值基础。这种方式能有效反映图像整体结构复杂度,同时降低噪声干扰。为增强阈值的自适应性和可调节性,本文在此中值基础上引入一个比例因子 α ,既保持了阈值的自适应特性,又提供了灵活的调节空间。

$$T = \alpha \cdot \text{median}(|\nabla^2 I_\sigma|) \quad (27)$$

扩散系数的选择直接决定去噪效果和细节信息的保留。为验证式(26)的优越性,将其与式(12)中 YK 模型的扩散系数进行对比,如图3所示。图3中阈值取 $k=25$, $T=12.1$, s 表示拉普拉斯模值。

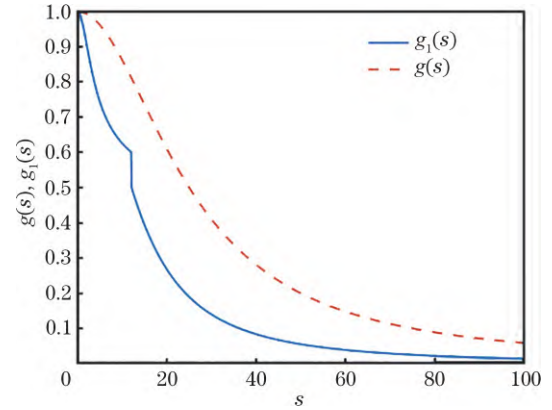


图3 $g(s)$ 和 $g_1(s)$ 扩散系数比较

Fig. 3 Comparison of diffusion coefficients of $g(s)$ and $g_1(s)$

从图3可以发现:当 $s < 12.1$ 时, $g(s)$ 的扩散强度显著高于 $g_1(s)$, 具有更强的去噪效果,但对图像细节信息的保留能力较弱,而 $g_1(s)$ 凭借适度的扩散强度,在有效去噪的同时能较好地保留细节信息;当 $s > 12.1$ 时, $g_1(s)$ 在 $s=50$ 时扩散强度已快速收敛至 0.05, 此时模型的扩散能力较弱,在保护边缘的前提下消除残余噪声,而 $g(s)$ 的扩散强度在 $s=100$ 时才趋近 0.06, 在边缘区域附近仍维持较强的扩散能力,易导致图像过度平滑化。

由于图像不同区域噪声分布、结构复杂度通常存在显著差异,式(24)中仅采用常数 λ 平衡正则项和保真项,仅能实现全局统一的正则化强度控制,无法兼顾不同结构区域的特性,难以在复杂场景下实现噪声抑制与细节信息保留的自适应平衡。为此,引入水平集曲率 κ 驱动的耦合函数 $\beta(|\kappa|)$ ($0 < \beta < 1$), 实现在噪声抑制与细节信息保留之间的自适应调控,其表达式为

$$\beta(|\kappa|) = \frac{1 + k_1 \cdot |\kappa|}{10^2 + k_2 \cdot (|\kappa|)^2} \quad (28)$$

式中:参数 k_1 和 k_2 均为常数。此耦合函数在低曲率区域,通过渐进提高正则项权重系数,同时维持保真项的较高权重配比,实现噪声抑制与细节信息保留的双重优化;在中曲率区域,调节正则项权重 $\beta(|\kappa|)$ 与保真项权重 $[1 - \beta(|\kappa|)]$ 的比值逐渐趋近 1, 实现去噪与细节信息保留的动态平衡;在高曲率区域,采用非线性衰减机制弱化正则项,同时强化保真项作用,保障边缘与纹理细节的完整性。因此,该耦合函数可实现对正则项和保真项的自适应调控。

k_1 和 k_2 的选择会显著影响模型的去噪性能。为分析不同参数对耦合函数行为的影响,本文绘制了多组

参数下的曲线变化,如图4所示。结合曲线趋势,确定一组符合设计原则的数值。

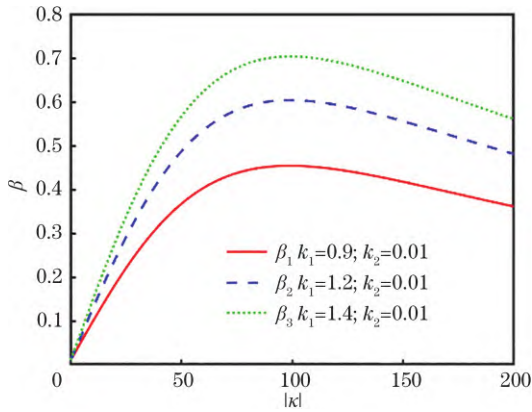


图4 耦合函数曲线图

Fig. 4 Curvature graph of coupling function

从图4可以看出:在低曲率区域 $0 < |\kappa| \leq 40$, β_2 和 β_3 对正则项的加权可达到0.5,既能实现噪声去除,又兼顾细节信息保留;而 β_1 对正则项的加权低于0.32,此时对保真项的加权较高,易导致噪声残留。在中曲率区域 $40 < |\kappa| \leq 80$, β_2 的值在0.4~0.6区间,对正则项和保真项的加权近似平衡;而 β_1 和 β_3 均出现对正则项和保真项加权失衡的现象。在高曲率区域 $|\kappa| > 80$, β_3 对正则项的加权可达0.7,会产生较强平滑约束,导致边缘特征与纹理细节丢失。基于曲线分析,确定了满足设计原则的 β_2 ,对应的参数为 $k_1 = 1.2$ 和 $k_2 = 0.01$,并采用 β_2 作为本文方法的耦合函数。

式(24)~(28)称为曲率感知自适应去噪方法。该方法采用分段扩散系数,提升对复杂结构特征的自适应性;通过预滤波处理改进保真项,有效约束正则项,减少细节信息丢失;通过水平集曲率驱动的耦合函数对保真项和正则项进行自适应平衡,强化去噪能力和细节信息保留。本文方法总体框图如图5所示。

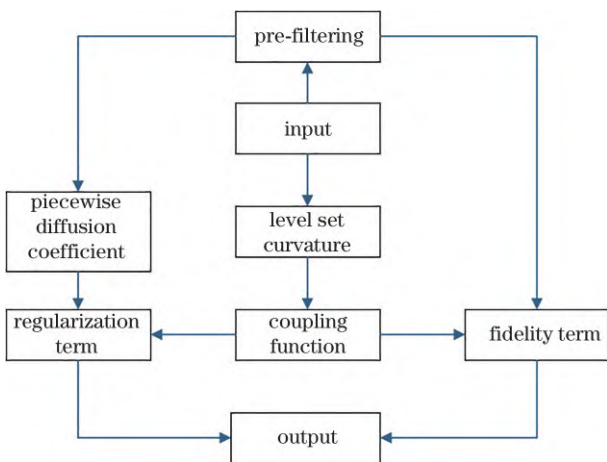


图5 本文方法总体框图

Fig. 5 Overall block diagram of proposed method

3.3 本文方法的数值求解

为了对式(24)进行求解,选用有限差分的数值计算方法。设定 Δt 为离散化时间步长,在时间维度上对模型进行离散求解的间隔; h 为空间步长,用于划分空间区域,实现对空间变量的离散处理。本文 $h = 1$,同时,设 $I_\sigma = U$ 。

当图像进行 n 次迭代时,在 (i, j) 点处,将 $\nabla^2 U$ 和 $\nabla^2 I$ 离散化为

$$\nabla^2 U_{i,j}^n = (U_{i+1,j}^n + U_{i-1,j}^n + U_{i,j+1}^n + U_{i,j-1}^n - 4U_{i,j}^n) / h^2 \quad (29)$$

$$\nabla^2 I_{i,j}^n = (I_{i+1,j}^n + I_{i-1,j}^n + I_{i,j+1}^n + I_{i,j-1}^n - 4I_{i,j}^n) / h^2 \quad (30)$$

将 ∇I 采用中心差分离散化为

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial x} \Big|_{i,j}^n \approx \frac{I_{i+1,j}^n - I_{i-1,j}^n}{2h} \\ \frac{\partial I}{\partial y} \Big|_{i,j}^n \approx \frac{I_{i,j+1}^n - I_{i,j-1}^n}{2h} \end{cases} \quad (31)$$

$$\nabla I_{i,j}^n = \left(\frac{\partial I}{\partial x} \Big|_{i,j}^n, \frac{\partial I}{\partial y} \Big|_{i,j}^n \right) = \left(\frac{I_{i+1,j}^n - I_{i-1,j}^n}{2h}, \frac{I_{i,j+1}^n - I_{i,j-1}^n}{2h} \right) \quad (32)$$

将式(14)水平集曲率 κ 离散化为

$$\kappa_{i,j}^n = \text{div} \left(\frac{\nabla I_{i,j}^n}{|\nabla I_{i,j}^n|} \right) = \text{div} \left[\frac{\nabla I_{i,j}^n}{\sqrt{\left(\frac{I_{i+1,j}^n - I_{i-1,j}^n}{2h} \right)^2 + \left(\frac{I_{i,j+1}^n - I_{i,j-1}^n}{2h} \right)^2}} \right] \quad (33)$$

此时,式(28)耦合函数离散化为

$$\beta(|\kappa_{i,j}^n|) = \frac{1 + k_1 \cdot |\kappa_{i,j}^n|}{10^2 + k_2 \cdot (|\kappa_{i,j}^n|)^2} \quad (34)$$

对时间取偏微分:

$$\frac{\partial I}{\partial t} \Big|_{i,j}^n \approx \frac{I_{i,j}^{n+1} - I_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (35)$$

式(26)扩散系数离散化为

$$g_1(|\nabla^2 U_{i,j}^n|) = \begin{cases} \frac{1}{\log_2 \left\{ e + \log_2 \left[1 + \left(\frac{|\nabla^2 U_{i,j}^n|}{T} \right)^2 \right] \right\}}, & |\nabla^2 U_{i,j}^n| \leq T \\ \frac{1}{1 + \left(\frac{|\nabla^2 U_{i,j}^n|}{T} \right)^2}, & |\nabla^2 U_{i,j}^n| > T \end{cases} \quad (36)$$

取中间变量 m :

$$m_{i,j}^n = g_1(|\nabla^2 U_{i,j}^n|) \nabla^2 I_{i,j}^n \quad (37)$$

则,中间变量 m 对应的 $\nabla^2 m$ 离散化为

$$\nabla^2 m_{i,j}^n = (m_{i+1,j}^n + m_{i-1,j}^n + m_{i,j+1}^n + m_{i,j-1}^n - 4m_{i,j}^n) / h^2 \quad (38)$$

此时,本文方法式(24)差分离散化后的迭代公式为

$$I_{i,j}^{n+1} = I_{i,j}^n - \Delta t \cdot \left\{ \beta_{i,j}^n(|\kappa_{i,j}^n|) \cdot \nabla^2 m_{i,j}^n + \right\} \lambda \cdot \left[1 - \beta_{i,j}^n(|\kappa_{i,j}^n|) \right] (I_{i,j}^n - U_{i,j}) \quad (39)$$

为了保证式(39)的数值稳定性,本文采用显式迭代方案,其时间步长 Δt 需满足 CFL 条件。对于二维离散,该条件可表示为

$$\Delta t \leq \frac{h^2}{4 \cdot \max(g_1) \cdot \max(\beta) + \lambda \cdot \max(1 - \beta)} \quad (40)$$

4 实验结果及分析

实验硬件平台搭载 AMD Ryzen 7 8745H 处理器与 NVIDIA GeForce RTX 4060 Laptop GPU 独立显卡,配备 16 GB DDR5 内存;软件环境采用 MATLAB R2024a 构建仿真实验平台。为了验证曲率感知自适应去噪方法的有效性,本研究实验数据选自 COVID-19 Radiography Database 和 ChestX-ray14 两个公开数据集。为增强模型对不同图像分辨率的鲁棒性,从中筛选并选取了 4 张原始图像进行预处理,分辨率分别为 256×256 和 311×244 ,图像格式为 PNG。为了在可控条件下评估去噪算法的性能,本文在无噪声 X 光图像中人为加入 $\mu = 0, \sigma = 15$ 的高斯白噪声,以确保各算法在相同噪声水平下进行公平比较,并验证算法在典型随机噪声环境下的鲁棒性。本文方法及对比算

法的参数设置均参照文献常用范围设定,并在测试对象上进行实验调优,以确保结果稳定且性能较优。为更全面评估 X 光图像关键区域去噪效果,除常用的全局评价指标峰值信噪比(PSNR)、结构相似性(SSIM)和均方误差(MSE)外,本文引入感兴趣区域信噪比(ROI-SNR)作为补充指标。该指标衡量感兴趣区域内信号强度与噪声水平的比值,更贴合医生诊断关注的结构区域。

4.1 肺部聚焦 X 光图像

4.1.1 肺部聚焦正常 X 光图像

相关实验参数设置如下:比例因子根据经验通常调节至约 2~3 倍,该范围可在边缘保护与噪声抑制之间达到平衡。比例因子 $\alpha = 2.5$ 此时 $T = 5.2$;步长 $\Delta t = 0.06$,需满足式(40)约束; $\lambda = 0.6$,其值较大时更强调与原始图像的一致性,有助于细节保留但会减弱去噪效果,其值较小时去噪能力增强但细节易出现过度平滑。本文以去噪性能与细节保留度的综合评估为指导,通过实验确定了最终采用的 λ 值;迭代次数 $n = 150$ 。在高斯滤波中选取 $\sigma = 1.2, 7 \times 7$ 邻域的高斯核,旨在权衡去噪与细节保留能力,其参数经实验调优与经验选择,以确保本文方法在所用数据集上的稳定性和可靠性。将本文方法与 YK 模型、ZZW^[23]模型、IPM^[24]模型、ML^[25]模型和 WZ^[26]模型进行对比实验。

不同方法去噪结果如图 6 所示,左上角为心膈角区域放大图。使用 Canny^[27]算子检测去噪后边缘保留情况,如图 7 所示。边缘平均长度如表 1 所示。去噪性能定量评估结果如表 2 所示。为验证本文方法强抗噪能力,添加不同强度噪声对比,如图 8 所示。

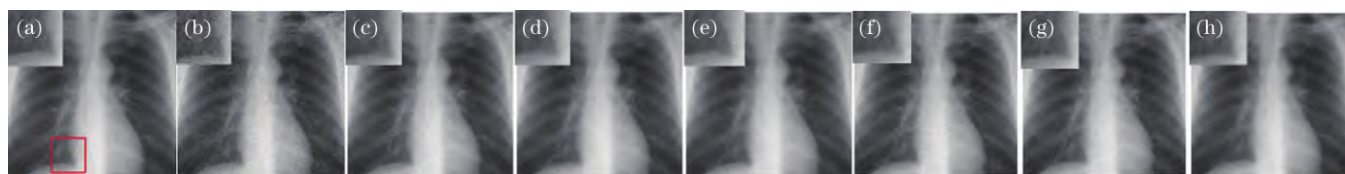


图 6 不同方法去噪结果。(a)原始图像;(b)带噪图像;(c)YK;(d)ZZW;(e)IPM;(f)ML;(g)WZ;(h)本文方法

Fig. 6 Denoising results of different methods. (a) Original image; (b) noisy image; (c) YK; (d) ZZW; (e) IPM; (f) ML; (g) WZ; (h) proposed method



图 7 不同方法去噪后边缘提取图像。(a)原始图像;(b)带噪图像;(c)YK;(d)ZZW;(e)IPM;(f)ML;(g)WZ;(h)本文方法

Fig. 7 Edge extraction images after denoising with different methods. (a) Original image; (b) noisy image; (c) YK; (d) ZZW; (e) IPM; (f) ML; (g) WZ; (h) proposed method

从图 6(c)~(g)可看出:YK 模型去噪后的图像中存在较多孤立斑点;ZZW 模型去噪效果不彻底,且对边缘的保护效果不佳;IPM 模型去噪后的图像过度平

滑现象明显,心膈角的边缘遭到严重破坏,并出现明显的“阶梯效应”;ML 和 WZ 模型去噪后仍存在大量噪声残留,并伴随孤立斑点,图像清晰度较低。从图 6(h)

表 1 不同去噪方法的边缘保留平均长度

Table 1 Average edge preservation length of different denoising methods

Metric	YK	ZZW	IPM	ML	WZ	Proposed method
Average length / pixel	151.46	154.12	128.88	151.96	138.38	160.38

表 2 不同去噪方法的 MSE、PSNR、SSIM 和 ROI-SNR 比较

Table 2 MSE, PSNR, SSIM, and ROI-SNR comparison of different denoising methods

Metric	Noisy image	YK	ZZW	IPM	ML	WZ	Proposed method
MSE	100.8463	11.9476	9.5632	10.8708	12.7113	11.7546	9.2156
PSNR / dB	28.0942	37.3580	38.3360	37.7028	37.0450	37.4287	38.4856
SSIM	0.3244	0.7374	0.7630	0.7309	0.7397	0.7430	0.7663
ROI-SNR / dB	8.2749	10.0588	10.1239	10.1070	10.0556	10.0835	10.1735

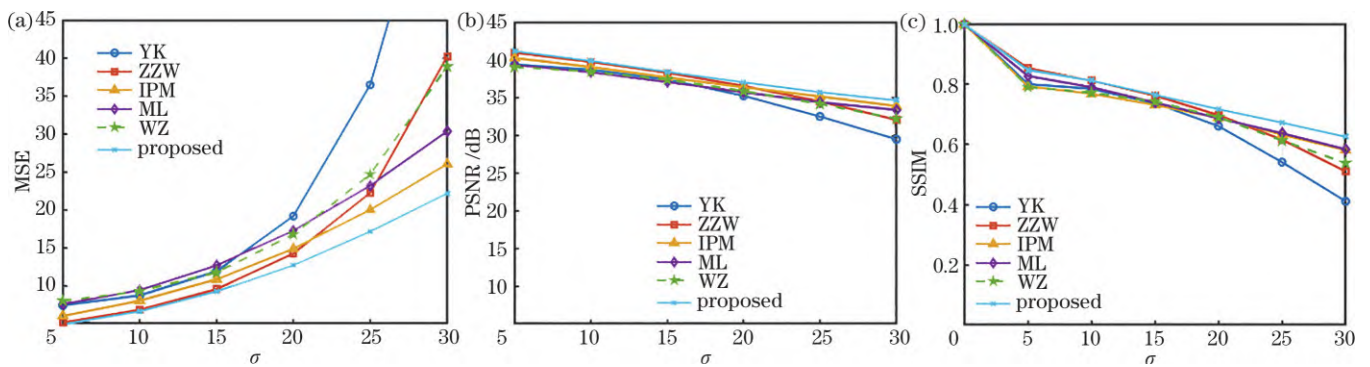


图 8 不同强度噪声下不同方法性能对比。(a) MSE; (b) PSNR; (c) SSIM

Fig. 8 Performance comparison of different methods under different noise levels. (a) MSE; (b) PSNR; (c) SSIM

可以看出:本文方法能有效去除噪声,并抑制“阶梯效应”与孤立斑点的形成;与对比模型的去噪结果相比,本文方法使肺部轮廓和肋骨的边缘纹理更加清晰,表现出更好的视觉效果。

从图 7(c)~(g)可以看出,YK、ZZW、IPM、ML 和 WZ 模型均能有效滤除图像中的噪声,但其去噪后的图像中肋骨边缘纹理均出现不同程度的断裂和丢失。通过对比图 7(h)与图 7(c)~(g)可见,本文方法不仅最大限度地保留了边缘纹理,同时显著减少了纹理断裂现象。表 1 的对比结果进一步表明,本文方法的边缘保留平均长度分别高于 YK、ZZW、IPM、ML 和 WZ 模型 8.92 pixel、6.26 pixel、31.5 pixel、8.42 pixel 和 22 pixel,充分印证了本文方法在 X 光图像边缘纹理保护方面的显著优势。

如表 2 所示,本文方法在 MSE、PSNR、SSIM 和 ROI-SNR 四项指标上均优于 YK、ZZW、IPM、ML 和 WZ 模型。其中,相较于 YK、ZZW、IPM、ML 和 WZ 模型,本文方法分别降低 MSE 2.7320、0.3476、1.6552、3.4957 和 2.5390,提升 PSNR 1.1276 dB、0.1496 dB、0.7828 dB、1.4406 dB 和 1.0569 dB,提高 SSIM 0.0289、0.0033、0.0354、0.0266 和 0.0223,提升 ROI-SNR 0.1147 dB、0.0496 dB、0.0665 dB、0.1179 dB 和 0.0900 dB。

从图 8 可以看出:在低噪声强度 $\sigma \leq 15$ 时,噪声强度较小,YK、ZZW、IPM、ML 和 WZ 模型的 MSE、

PSNR 与 SSIM 指标均维持较高水平,展现出良好的去噪能力;当噪声强度 $\sigma \geq 20$ 时,YK、ZZW 和 WZ 模型在 MSE、PSNR 与 SSIM 指标上的性能大幅衰减,稳定性较差;IPM 和 ML 模型的性能虽有一定衰减,但幅度较小,稳定性优于 YK、ZZW 和 WZ 模型。对比发现:随噪声强度增加,本文方法在 MSE、PSNR 与 SSIM 指标上的衰减幅度均小于其他对比模型;尤其在噪声较大时,本文方法的抗噪性能优势更为显著,充分验证了其在不同噪声干扰下的强稳定性。

4.1.2 肺部聚焦肺炎 X 光图像

相关实验参数如下:比例因子 $\alpha = 2.8$,此时 $T = 12.1$,步长 $\Delta t = 0.05$, $\lambda = 0.5$,迭代次数 $n = 60$,在高斯滤波中选取 $\sigma = 1, 3 \times 3$ 邻域的高斯核。去噪结果如图 9 所示,边缘提取图像如图 10 所示,边缘平均长度如表 3 所示。本文方法与对比模型的性能评估如表 4 所示。添加不同强度噪声的对比结果如图 11 所示。

从图 9(c)~(g)可看出:YK、ZZW、ML 和 WZ 模型去噪效果不彻底;ZZW 和 ML 模型去噪后的图像在心隔角区域出现了大量孤立斑点。IPM 模型虽然能较好地去除噪声,但从心隔角区域可以看出,该模型存在过度平滑现象,使边缘变得模糊。从图 9(h)可以看出,本文方法不仅能较好地去除噪声,还可以抑制过度平滑和孤立斑点的形成。

从图 10(c)~(g)可以看出,YK、ZZW、IPM、ML 和 WZ 模型均能有效滤除图像中的噪声,但其去噪后

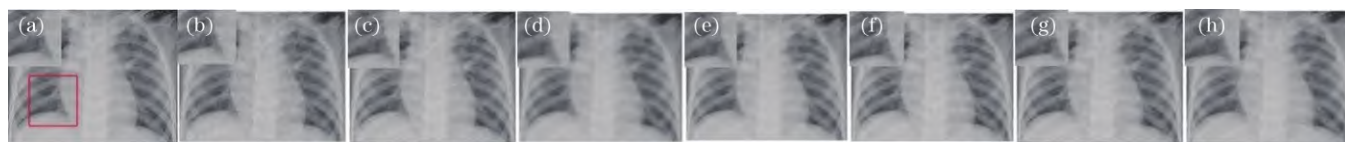


图 9 不同方法去噪结果。(a) 原始图像;(b) 带噪图像;(c) YK;(d) ZZW;(e) IPM;(f) ML;(g) WZ;(h) 本文方法

Fig. 9 Denoising results of different methods. (a) Original image; (b) noisy image; (c) YK; (d) ZZW; (e) IPM; (f) ML; (g) WZ; (h) proposed method



图 10 不同方法去噪后边缘提取图像。(a) 原始图像;(b) 带噪图像;(c) YK;(d) ZZW;(e) IPM;(f) ML;(g) WZ;(h) 本文方法

Fig. 10 Edge extraction images after denoising with different methods. (a) Original image; (b) noisy image; (c) YK; (d) ZZW; (e) IPM; (f) ML; (g) WZ; (h) proposed method

表 3 不同去噪方法的边缘保留平均长度

Table 3 Average edge preservation length of different denoising methods

Metric	YK	ZZW	IPM	ML	WZ	Proposed method
Average length / pixel	261.50	308.33	313.46	214.86	311.62	347.86

表 4 不同去噪方法 MSE、PSNR、SSIM 和 ROI-SNR 比较

Table 4 MSE, PSNR, SSIM, and ROI-SNR comparison of different denoising methods

Metric	Noisy image	YK	ZZW	IPM	ML	WZ	Proposed method
MSE	100.3122	20.8012	17.8749	18.0856	25.6266	20.3109	15.4694
PSNR / dB	28.1173	34.9499	35.6084	35.5575	34.0439	35.0535	36.2361
SSIM	0.2885	0.6410	0.6671	0.6345	0.6309	0.6359	0.6762
ROI-SNR / dB	13.6188	13.9910	14.0376	14.0723	14.0222	14.0167	14.0975

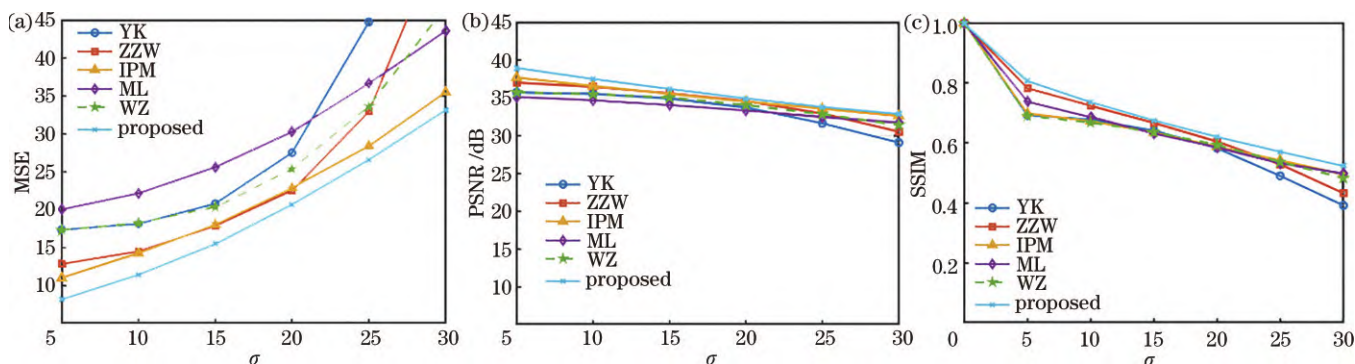


图 11 不同强度噪声下不同方法性能对比。(a) MSE;(b) PSNR;(c) SSIM

Fig. 11 Performance comparison of different methods under different noise levels. (a) MSE; (b) PSNR; (c) SSIM

的图像中,肋骨边缘纹理均出现不同程度的断裂和丢失。从图 10(h)可以看出,本文方法保留了最多的肋骨边缘纹理,同时有效地抑制了纹理断裂和丢失。表 3 对比显示,本文方法在边缘保留平均长度方面均高于其他对比模型,进一步说明了本文方法在 X 光图像边缘纹理保护方面的显著优势。

如表 4 所示,新模型在各指标的对比中均优于对比模型。其中,相较于 YK、ZZW、IPM、ML 和 WZ 模型,本文方法分别降低 MSE 5.3318、2.4055、2.6162、10.1572 和 4.8415,提升 PSNR 1.2862 dB、0.6277 dB、

0.6786 dB、2.1922 dB 和 1.1826 dB,提高 SSIM 0.0352、0.0091、0.0417、0.0453 和 0.0403,ROI-SNR 提升 0.1065 dB、0.0599 dB、0.0252 dB、0.0753 dB 和 0.0808 dB。

从图 11 可以看出,在 MSE 指标上:当噪声强度 $\sigma \leq 15$ 时,各模型性能均出现小幅下降;当噪声强度 $\sigma \geq 20$ 时,YK、ZZW 和 WZ 模型性能大幅衰减,表明其稳定性较差。在 PSNR 和 SSIM 指标上,当噪声强度 $\sigma \geq 20$ 时,YK 和 ZZW 模型也呈现出较明显的性能衰退。对比发现:随着噪声强度增大,本文方法在各指标

上的衰减幅度均小于对比模型;尤其在噪声强度较大时,本文方法展现出更显著的抗噪性能和更强的稳定性,验证了其在不同强度噪声下的鲁棒性。

4.2 完整胸部 X 光图像

4.2.1 完整胸部正常 X 光图像

相关实验参数为:比例因子 $\alpha = 2.8$,此时 $T = 12.1$,

步长 $\Delta t = 0.05$, $\lambda = 0.5$,迭代次数 $n = 60$;在高斯滤波中选取 $\sigma = 1, 3 \times 3$ 邻域的高斯核。去噪结果如图 12 所示,左上角为横膈膜区域放大图,边缘提取图像如图 13 所示,边缘平均长度如表 5 所示。本文方法与对比模型的性能评估如表 6 所示。为验证本文方法的强抗噪能力,添加不同强度噪声进行对比,如图 14 所示。

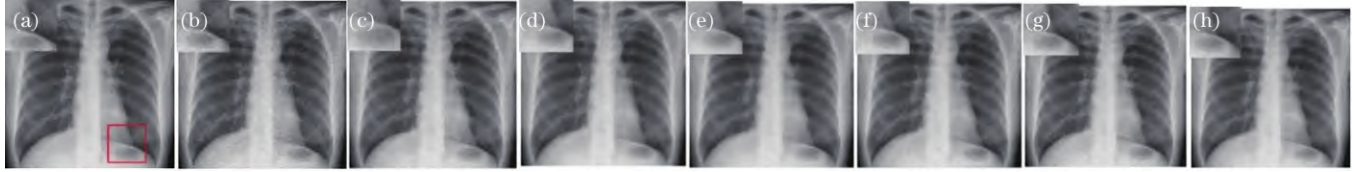


图 12 不同方法去噪结果。(a) 原始图像;(b) 带噪图像;(c) YK;(d) ZZW;(e) IPM;(f) ML;(g) WZ;(h) 本文方法
Fig. 12 Denoising results of different methods. (a) Original image; (b) noisy image; (c) YK; (d) ZZW; (e) IPM; (f) ML; (g) WZ; (h) proposed method

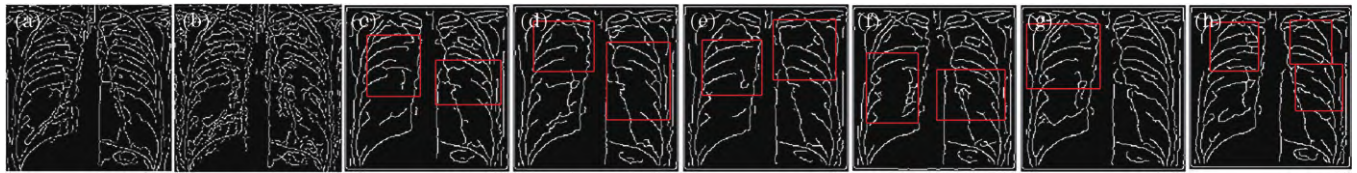


图 13 不同方法去噪后边缘提取图像。(a) 原始图像;(b) 带噪图像;(c) YK;(d) ZZW;(e) IPM;(f) ML;(g) WZ;(h) 本文方法
Fig. 13 Edge extraction images after denoising by different methods. (a) Original image; (b) noisy image; (c) YK; (d) ZZW; (e) IPM; (f) ML; (g) WZ; (h) proposed method

表 5 不同去噪方法的边缘保留平均长度

Table 5 Average edge preservation length of different denoising methods

Metric	YK	ZZW	IPM	ML	WZ	Proposed method
Average length / pixel	192.79	200.07	191.48	188.35	179.52	204.32

表 6 不同去噪方法 MSE、PSNR、SSIM 和 ROI-SNR 比较

Table 6 MSE, PSNR, SSIM, and ROI-SNR comparison of different denoising methods

Metric	Noisy image	YK	ZZW	IPM	ML	WZ	Proposed method
MSE	100.7692	16.1285	13.5567	16.6547	21.5809	14.5430	12.5560
PSNR / dB	28.0975	36.0549	36.8222	35.9141	34.8584	36.5043	37.1321
SSIM	0.4404	0.7866	0.7972	0.7737	0.7752	0.7933	0.8086
ROI-SNR / dB	9.9964	10.3368	10.3818	10.4301	10.3812	10.3722	10.4621

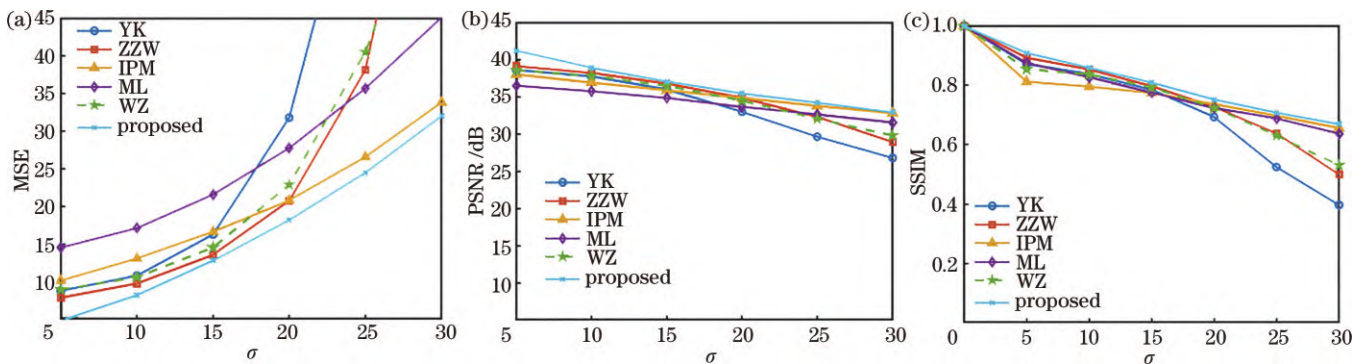


图 14 不同强度噪声下不同方法性能对比。(a) MSE;(b) PSNR;(c) SSIM

Fig. 14 Performance comparison of different methods under different noise levels. (a) MSE; (b) PSNR; (c) SSIM

由图 12 可知:YK 和 WZ 模型去噪后的图像在横膈膜区域有明显噪声残留并伴有孤立斑点;ZZW 模型

有效去除了噪声,但横膈膜区域出现明显边缘模糊现象;IPM 模型导致图像过度平滑并伴随“阶梯效应”;

ML 模型去噪不彻底且存在较多孤立斑点。从图 12(h) 可看出:本文方法不仅增强了去噪效果,同时兼顾了局部纹理细节的保留;与其他对比模型相比,本文方法在肺部与肋骨边缘纹理的清晰度上实现了显著提升,去噪图像视觉效果更优。

由图 13 可知, YK、ZZW、IPM、ML 和 WZ 模型均能有效滤除噪声,但其处理后的图像中,肋骨边缘纹理均存在不同程度的丢失或断裂,且肺部边缘纹理平滑度不足。表 5 数据表明, YK、ZZW、IPM、ML 和 WZ 模型的边缘保留平均长度分别低于本文方法 11.53 pixel、4.25 pixel、12.84 pixel、15.97 pixel 和 24.80 pixel。相比之下,本文方法较为完整地保留了肋骨与肺部边缘纹理,纹理更加平滑,更接近原始图像的边缘纹理特征。

如表 6 所示:本文方法在 MSE、PSNR、SSIM 和 ROI-SNR 四项关键指标上均显著优于对比模型。相比 YK 模型, MSE 降低 3.5725, PSNR 提升 1.0772 dB, SSIM 提高 0.0220, ROI-SNR 提高 0.1253 dB; 相比 ZZW 模型, MSE 减少 1.0007, PSNR 增加 0.3099 dB, SSIM 增长 0.0114, ROI-SNR 增加 0.0803 dB; 相比 IPM 模型, MSE 优化 4.0987, PSNR 提高 1.2180 dB,

SSIM 提升 0.0349, ROI-SNR 提高 0.0320 dB; 相比 ML 模型, MSE 降低 9.0249, PSNR 提升 2.2737 dB, SSIM 增加 0.0334, ROI-SNR 提高 0.0809 dB; 相比 WZ 模型, MSE 降低 1.9870, PSNR 提升 0.6278 dB, SSIM 增加 0.0153, ROI-SNR 提高 0.0899 dB。

从图 14 可以看出:在 MSE、PSNR 和 SSIM 指标上,当噪声强度 $\sigma \leq 15$ 时, YK、ZZW 和 WZ 模型性能衰减幅度较小;当噪声强度 $\sigma \geq 15$ 时,三者性能均出现显著下降,表明其易受强噪声影响。相比之下, IPM 和 ML 模型在不同噪声强度下性能衰减均较小,显示出较强的抗噪能力。与所有对比模型相比,新模型在三大指标上的性能衰减幅度均更小,并始终保持最优数值,表明其具有更强的抗干扰能力和稳定性。

4.2.2 完整胸部肺炎 X 光图像

相关实验参数如下:比例因子 $\alpha = 2.8$, 此时 $T = 12.1$, 步长 $\Delta t = 0.05$, $\lambda = 0.5$, 迭代次数 $n = 60$; 在高斯滤波中选取 $\sigma = 1$, 3×3 邻域的高斯核。去噪结果如图 15 所示,边缘提取图像如图 16 所示,边缘平均长度如表 7 所示。本文方法与对比模型的性能评估如表 8 所示。添加不同强度噪声的对比结果如图 17 所示。



图 15 不同方法去噪结果。(a) 原始图像;(b) 带噪图像;(c) YK;(d) ZZW;(e) IPM;(f) ML;(g) WZ;(h) 本文方法
Fig. 15 Denoising results of different methods. (a) Original image; (b) noisy image; (c) YK; (d) ZZW; (e) IPM; (f) ML; (g) WZ; (h) proposed method

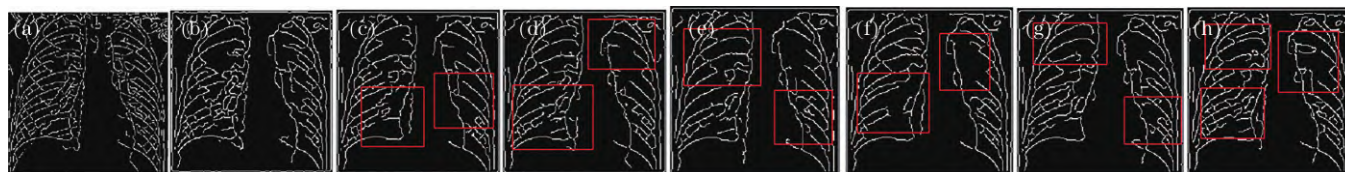


图 16 不同方法去噪后边缘提取图像。(a) 原始图像;(b) 带噪图像;(c) YK;(d) ZZW;(e) IPM;(f) ML;(g) WZ;(h) 本文方法
Fig. 16 Edge extraction images after denoising with different methods. (a) Original image; (b) noisy image; (c) YK; (d) ZZW; (e) IPM; (f) ML; (g) WZ; (h) proposed method

表 7 不同去噪方法的边缘保留平均长度

Table 7 Average edge preservation length of different denoising methods

Metric	YK	ZZW	IPM	ML	WZ	Proposed method
Average length /pixel	228.18	219.63	192.78	215.10	226.77	230.93

由图 15 可知: YK、ML 和 WZ 模型的去噪图像存在明显的噪声和孤立斑点; ZZW 模型去噪不彻底, 在横膈膜区域能观察到少量噪声; IPM 模型有效抑制了噪声和孤立斑点, 但在肺部边缘出现了过度平滑现象。从图 15(h) 可以看出, 本文方法去噪彻底, 且边缘纹理更加清晰, 视觉效果更好。

由图 16 可知, YK、ZZW、IPM、ML 和 WZ 模型均能有效滤除噪声, 但存在较多的肋骨和肺部边缘丢失与断裂现象。从图 16(h) 可以看出, 本文方法保留了更多的肋骨和肺部边缘纹理, 且纹理连续性更好。表 7 数据表明, YK、ZZW、IPM、ML 和 WZ 模型的边缘保留平均长度分别低于本文方法 2.75 pixel、11.30 pixel、

表 8 不同去噪方法的 MSE、PSNR、SSIM 和 ROI-SNR 比较

Table 8 MSE, PSNR, SSIM, and ROI-SNR comparison of denoising methods

Metric	Noisy image	YK	ZZW	IPM	ML	WZ	Proposed method
MSE	101.0045	23.0678	19.0908	19.8780	33.6851	21.6659	15.7490
PSNR /dB	28.0874	34.5007	35.3226	35.1471	32.8564	34.7730	36.1535
SSIM	0.4104	0.7041	0.7188	0.6928	0.6831	0.7079	0.7378
ROI-SNR /dB	7.8099	8.0585	8.0861	8.1106	8.1296	8.0189	8.1397

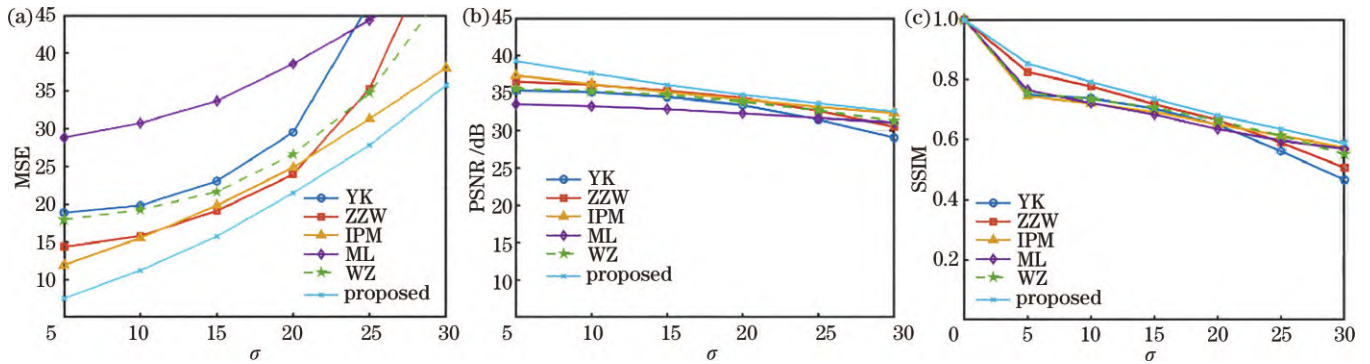


图 17 不同强度噪声下不同方法性能对比。(a) MSE;(b) PSNR;(c) SSIM

Fig. 17 Performance comparison of different methods under different noise levels. (a) MSE; (b) PSNR; (c) SSIM

38.15 pixel、15.83 pixel 和 4.16 pixel,说明本文方法在边缘纹理保留方面更具优势。

如表 8 所示,本文方法在 MSE、PSNR、SSIM 和 ROI-SNR 四项关键指标上均显著优于对比模型。相比 YK 模型,MSE 降低 7.3188,PSNR 提升 1.6528 dB,SSIM 提高 0.0337,ROI-SNR 提高 0.0812 dB;相比 ZZW 模型,MSE 减少 3.3418,PSNR 增加 0.8309 dB,SSIM 增长 0.0190,ROI-SNR 增加 0.0536 dB;相比 IPM 模型,MSE 优化 4.1290,PSNR 提高 1.0064 dB,SSIM 提升 0.0450,ROI-SNR 提高 0.0291 dB;与 ML 模型对比,MSE 降低 17.9361,PSNR 提升 3.2971 dB,SSIM 增加 0.0547,ROI-SNR 提高 0.0101 dB。与 WZ 模型对比,MSE 降低 5.9169,PSNR 提升 1.3805 dB,SSIM 增加 0.0299,ROI-SNR 提高 0.1208 dB。

从图 17 可以看出:在 MSE 指标上,当噪声强度 $\sigma \geq 15$ 时,YK、ZZW 和 WZ 模型的性能显著下降,表明

其稳定性较差;在 PSNR 和 SSIM 指标上,IPM、WZ 和 ML 性能衰减幅度较小,表现出良好的稳定性;相较于对比模型,本文方法在三个评价指标上均展现出更强的抗干扰能力,并始终保持最优的数值表现,说明本文方法的整体性能更优。

4.3 消融实验

为验证本文方法各组成部分的有效性,分别在肺部聚焦 X 光图像和完整胸部 X 光图像中各取一张图像进行消融实验。为方便表述,在实验中设定:分段扩散系数为 F_1 ,保真项为 F_2 ,耦合函数为 F_3 。本文方法可表示为 $YK + F_1 + F_2 + F_3$,结果如表 9 所示。

由表 9 可知:在分段扩散系数 F_1 的作用下,MSE 降低 1.6684 和 2.6572,PSNR 提升 0.6532 dB 和 0.7686 dB,SSIM 提升 0.0069 和 0.0152,表明其自适应能力得到了提升,强化了噪声抑制与细节信息保留;引入保真项 F_2 后,MSE 降低 0.7574 和 0.2424,PSNR 提升 0.3346 dB

表 9 消融实验

Table 9 Ablation experiments

Dataset	Method	MSE	PSNR /dB	SSIM
Lung-targeted chest X-ray	YK	11.9476	37.3580	0.7374
	YK+ F_1	10.2792	38.0112	0.7443
	YK+ F_1 + F_2	9.5218	38.3458	0.7598
	YK+ F_2 + F_3	12.1098	37.2994	0.7292
	Proposed method	9.2156	38.4856	0.7663
Full-field chest X-ray	YK	16.1285	36.0549	0.7866
	YK+ F_1	13.4713	36.8235	0.8018
	YK+ F_1 + F_2	13.2289	36.9105	0.8048
	YK+ F_2 + F_3	19.8767	35.1474	0.7399
	Proposed method	12.5560	37.1321	0.8086

和 0.0870 dB, SSIM 提升 0.0155 和 0.0030, 说明其有效约束了正则项, 抑制了过度平滑, 提升了整体性能; 增设耦合函数 F_3 时, MSE 降低 0.3062 和 0.6729, PSNR 提升 0.1398 dB 和 0.2216 dB, SSIM 提升 0.0065 和 0.0038, 得益于耦合函数能够自适应平衡正则项和保真项, 从而增强了噪声抑制和细节信息的保留; 交叉组合 $YK+F_2+F_3$ 实验显示: 移除任一关键模块时, 即使保留其他改进, 性能仍显著下降甚至低于基础模型。这表明三个模块间存在强协同作用, 非简单独立。在逐步添加模块的消融实验中, 性能持续提升, 最终方法取得最优结果, 验证了模块设计的合理性与互补性。消融实验证实: 分段扩散系数、保真项和耦合函数分别提升自适应性、抑制正则项过度平滑及自适应平衡, 协同优化了噪声抑制与细节保留性能, 使本文方法达到最优。

4.4 计算量分析

当使用本文方法对带噪图像进行去噪时, 单次迭代的离散化计算主要包括以下模块: 梯度计算、拉普拉斯计算、水平集曲率计算、耦合函数计算、散度项计算、耦合函数与散度项相乘计算以及保真项计算。梯度计算需两次减法和两次除法运算, 实际操作量为 4P; 拉普拉斯计算需一次乘法运算和四次加减运算, 实际操

作量为 5P。尽管不同模块的实际操作量存在差异, 但由于这些差异仅为常数因子且系数相对较小, 不影响算法随图像规模增长的计算复杂度级别, 故在本文中统一为线性阶 $O(P)$, 其中 P 为图像总像素数。设图像的尺寸为 MN , 则 $P=M \times N$ 。由于式 (36) 为分段扩散系数的计算、式 (39) 中带噪图像的高斯平滑均为算法的预处理部分, 不计入计算量。因此, 本文方法的计算量约为 $O(7P)$ 。YK 模型涉及拉普拉斯计算、扩散系数计算、一次乘法运算及散度项计算, 计算量约为 $O(4P)$; 本文方法中的梯度计算采用结构化中心差分方式, 计算量约为 $O(P)$ 。为了保持对比一致性, 其他对比方法中采用四方向差分或八方向差分计算梯度, 计算复杂度也视为 $O(P)$ 。ZZW 模型需四方向差分梯度计算、扩散系数计算及一次乘法运算, 计算量约为 $O(3P)$ 。IPM 模型需八方向差分梯度计算、扩散系数计算、一次乘法及保真项计算, 计算量约为 $O(4P)$ 。ML 模型需拉普拉斯计算、扩散系数计算、一次乘法运算和散度项计算, 计算量约为 $O(4P)$ 。WZ 模型需保真项计算、扩散系数计算、一次乘法运算、两次拉普拉斯计算、逆扩散项计算, 计算量约为 $O(6P)$ 。计算量和单次迭代时间比较如表 10 所示。

表 10 计算量和单次迭代时间比较

Table 10 Calculation amount and per-iteration time comparison

Metric	YK	ZZW	IPM	ML	WZ	Proposed method
Calculation amount	$O(4P)$	$O(3P)$	$O(4P)$	$O(4P)$	$O(6P)$	$O(7P)$
Per-iteration time / s	0.0019	0.0650	0.0817	0.0029	0.0031	0.0147

由表 10 可知, 本文方法计算量略高于对比模型。然而, 通过合理的离散化设计和模块优化, 其单次迭代时间仍优于 ZZW 和 IPM 模型, 仅略慢于 YK、ML 和 WZ 模型。在保证去噪效果和细节信息保留能力提升的前提下, 付出一定计算成本是合理且可接受的。综上, 本文方法在效果与效率之间达到了良好的平衡, 具备实际应用潜力。

5 结 论

针对各向异性扩散模型在 X 光图像去噪中易引发“阶梯效应”、孤立斑点及细节信息过度平滑的问题, 本文提出了一种曲率感知 X 光图像自适应去噪方法。设计扩散系数为分段形式, 提高了自适应能力, 实现了扩散强度的精准调控; 为了约束正则项以抑制过度平滑, 通过预滤波处理改进保真项, 有效保留了细节信息; 并构建水平集曲率驱动的耦合函数, 对正则项和保真项进行自适应平衡, 达到了噪声抑制与细节信息保留的自适应调控。消融实验表明, 分段扩散系数、保真项和耦合函数均能提供性能增益, 且协同作用下性能达到了最优, 较次优方法, MSE 下降 0.6729, PSNR 提高 0.2216 dB, SSIM 提高 0.0065。在肺部聚焦 X 光图像去噪实验中, PSNR、SSIM 和 ROI-SNR 指标较 YK 模

型分别提高 1.2862 dB、0.0352 与 0.1065 dB, 同时 MSE 降低 5.3318; 在对完整胸部 X 光图像的去噪中, 较 YK 模型 MSE 降低 7.3188, PSNR 提升 1.6528 dB, SSIM 提高 0.0337, ROI-SNR 平均提升 0.0812 dB。综合实验结果证实, 本文方法在 X 光图像去噪中展现出更强的噪声抑制能力、更优的细节信息保留特性以及更佳

的视觉呈现效果。本研究主要在人工添加的高斯噪声下验证了所提方法的有效性。然而, 真实 X 光图像中的噪声通常表现为 Poisson-Gaussian 混合特性, 并可能伴有散射噪声与结构化伪影, 因此仅在高斯噪声环境下验证存在一定局限性。在未来的工作中, 研究团队将重点面向真实带噪医学影像数据开展系统实验, 以全面评估和验证该方法在临床应用中的有效性与价值。

参 考 文 献

- [1] Bai C, Han X J. MRFormer: multiscale retractable transformer for medical image progressive denoising via noise level estimation[J]. Image and Vision Computing, 2024, 144: 104974.
- [2] Nazir N, Sarwar A, Saini B S. Recent developments in denoising medical images using deep learning: an overview of models, techniques, and challenges[J]. Micron,

- 2024, 180: 103615.
- [3] Huang H K, Zhang C R, Zhao L J, et al. Self-supervised medical image denoising based on WISTA-net for human healthcare in metaverse[J]. IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics, 2024, 28(11): 6329-6337.
- [4] Jang S I, Pan T, Li Y, et al. Spach transformer: spatial and channel-wise transformer based on local and global self-attentions for PET image denoising[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2024, 43(6): 2036-2049.
- [5] Li K Y, Zhou W M, Li H, et al. Assessing the impact of deep neural network-based image denoising on binary signal detection tasks[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2021, 40(9): 2295-2305.
- [6] Rawat S, Rana K P S, Kumar V. A novel complex-valued convolutional neural network for medical image denoising[J]. Biomedical Signal Processing and Control, 2021, 69: 102859.
- [7] 张鲁, 刘鹏举, 刘待刚. 基于跨域和高感受野的低剂量计算机断层扫描图像去噪方法[J]. 激光与光电子学进展, 2025, 62(14): 1417003.
- Zhang L, Liu P J, Liu S G. Low-dose computed tomography image denoising method based on cross domain and high receptive field[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2025, 62(14): 1417003.
- [8] 胡浩丰, 李天赐, 卜远洋, 等. 基于掩码策略的偏振图像自监督去噪方法[J]. 激光与光电子学进展, 2025, 62(19): 1906016.
- Hu H F, Li T C, Bu Y Y, et al. Self-supervised denoising method for polarization image based on mask strategy[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2025, 62(19): 1906016.
- [9] 赵效荷, 陈平, 潘晋孝. 基于误差调制模块的低剂量 CT 图像去噪[J]. 激光与光电子学进展, 2025, 62(8): 0817001.
- Zhao X H, Chen P, Pan J X. Low-dose CT image denoising based on error modulation module[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2025, 62(8): 0817001.
- [10] 景茂恒, 钟枚汕, 卢文浩, 等. 利用 Facet 滤波和局部对比度的紫外图像去噪[J]. 激光与光电子学进展, 2025, 62(14): 1437001.
- Jing M H, Zhong M S, Lu W H, et al. UV image denoising via facet filtering and local contrast[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2025, 62(14): 1437001.
- [11] Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(7): 629-639.
- [12] Rudin L I, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1992, 60(1/2/3/4): 259-268.
- [13] You Y L, Kaveh M. Fourth-order partial differential equations for noise removal[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(10): 1723-1730.
- [14] 周先春, 王蓉, 吴静, 等. 基于 NAPM 混合四阶 YK 的图像去噪算法[J]. 现代电子技术, 2020, 43(15): 37-41.
- Zhou X C, Wang R, Wu J, et al. Image denoising algorithm based on NAPM hybrid four-order YK model[J]. Modern Electronics Technique, 2020, 43(15): 37-41.
- [15] 孟东东, 周先春, 王文艳, 等. 基于 8-邻域和曲率的多阶偏微分方程混合去噪[J]. 计算机与数字工程, 2022, 50(9): 2089-2092, 2125.
- Meng D D, Zhou X C, Wang W Y, et al. Hybrid denoising of multi-order partial differential equations based on 8-neighborhood and curvature[J]. Computer & Digital Engineering, 2022, 50(9): 2089-2092, 2125.
- [16] Afraites L, Hadri A, Laghrib A, et al. A weighted parameter identification PDE-constrained optimization for inverse image denoising problem[J]. The Visual Computer, 2022, 38(8): 2883-2898.
- [17] Shi K H. Image denoising by nonlinear nonlocal diffusion equations[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2021, 395: 113605.
- [18] Gupta B, Lamba S S. An efficient anisotropic diffusion model for image denoising with edge preservation[J]. Computers & Mathematics with Applications, 2021, 93: 106-119.
- [19] Thanh D N H, Prasath V B S, Hieu L M, et al. An adaptive method for image restoration based on high-order total variation and inverse gradient[J]. Signal, Image and Video Processing, 2020, 14(6): 1189-1197.
- [20] 李晓明, 徐国庆, 杨苗苗, 等. 变分分数阶 PDE 的自适应图像保边缘去噪方法[J]. 西安工业大学学报, 2024, 44(4): 525-531.
- Li X M, Xu G Q, Yang M M, et al. Adaptive image edge preserving denoising method based on variational fractional PDEs[J]. Journal of Xi'an Technological University, 2024, 44(4): 525-531.
- [21] 周先春, 吴婷, 石兰芳, 等. 一种基于曲率变分正则化的小波变换图像去噪方法[J]. 电子学报, 2018, 46(3): 621-628.
- Zhou X C, Wu T, Shi L F, et al. A kind of wavelet transform image denoising method based on curvature variation regularization[J]. Acta Electronica Sinica, 2018, 46(3): 621-628.
- [22] Catté F, Lions P L, Morel J M, et al. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion[J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1992, 29(1): 182-193.
- [23] 张心如, 周先春, 汪志飞, 等. 基于改进各向异性扩散的图像去噪算法[J]. 电子测量技术, 2022, 45(17): 113-119.
- Zhang X R, Zhou X C, Wang Z F, et al. An improved anisotropic diffusion algorithm for the research of image denoising[J]. Electronic Measurement Technology, 2022, 45(17): 113-119.
- [24] 张雪, 于祥雨. 基于自适应梯度阈值的各向异性去噪模型[J]. 曲阜师范大学学报(自然科学版), 2019, 45(3): 27-34.
- Zhang X, Yu X Y. Anisotropic denoising model based on adaptive gradient threshold[J]. Journal of Qufu Normal University (Natural Science), 2019, 45(3): 27-34.
- [25] 闵莉花, 李振华, 冯灿, 等. 基于偏微分方程的新的图像去噪模型[J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2019, 39(2): 13-19.
- Min L H, Li Z H, Feng C, et al. New image denoising

- model based on partial differential equation[J]. Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2019, 39(2): 13-19.
- [26] 王浩百, 张忠波. 基于偏微分方程的去噪去模糊模型及实验[J]. 实验技术与管理, 2025, 42(7): 151-155.
- Wang H B, Zhang Z B. Partial differential equation-based denoising and deblurring models and experiments [J]. Experimental Technology and Management, 2025, 42(7): 151-155.
- [27] Canny J. A computational approach to edge detection[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, PAMI-8(6): 679-698.

Curvature-Aware Adaptive Denoising Method for X-Ray Images

Ji Juanjuan¹, Pang Zixiang¹, Zhou Xiaobo^{2*}, Qi Mingfang¹, Du Ming¹,
Chen Jianwei¹, Zhang Yifan¹

¹*School of Electronic Engineering and Intelligent Manufacturing, Anqing Normal University,
Anqing 246133, Anhui, China;*

²*School of Information and Artificial Intelligence, Anhui Agricultural University, Hefei 230036, Anhui, China*

Abstract

Objective In the modern healthcare system, medical imaging has become a cornerstone of clinical diagnosis and treatment. However, due to the physical limitations of imaging equipment and external environmental interference, medical images are often affected by noise pollution. Therefore, research on image denoising holds significant clinical value for improving diagnostic accuracy and treatment safety.

Methods Partial differential equation (PDE)-based image denoising methods, known for their strong local adaptability, mathematical formality, and model flexibility, have been widely adopted in image denoising as they effectively suppress noise while preserving edge and texture details. To address issues such as the “staircasing effect,” isolated speckles, and edge blurring caused by second-order and fourth-order partial differential equations in X-ray image denoising, a curvature-aware adaptive denoising method for X-ray images is proposed, which integrates a piecewise diffusion coefficient, a fidelity term, and level set curvature. To enhance the ability of the proposed method to recognize complex structures and achieve precise diffusion control in both edge and flat regions, this paper designs a piecewise diffusion coefficient. This coefficient exhibits adaptive characteristics: it maintains a larger diffusion coefficient in flat regions to efficiently smooth noise, while significantly reducing diffusion intensity in edge areas yet retaining moderate smoothing capability, thereby effectively eliminating edge noise while preserving structural integrity. To further improve the precision of detail retention and noise suppression, the fidelity term is refined in this study. By introducing pre-filtering processing, the oscillatory divergence of denoising results caused by high-frequency noise during the iterative process is suppressed, enhancing the effectiveness of the regularization constraint and effectively mitigating potential over-smoothing issues. Given the significant differences in noise distribution and structural complexity across different regions of an image, relying solely on constant terms makes it difficult to achieve an ideal balance. To address this, an adaptive balancing mechanism is proposed. The selection of a driving factor is particularly critical in this context. Under noise interference, the modulus values of gradient and Laplacian operators exhibit considerable fluctuations, which can easily lead to misjudgment between edges and noise points, resulting in residual noise or over-smoothing of edges.

Results and Discussions The level set curvature offers stronger robustness compared to gradient and Laplacian operators (Fig. 2), reducing the risk of edge misdetection and thereby enhancing the method's ability to suppress noise and preserve details. To optimize the balance between the fidelity term and the regularization term and achieve adaptive adjustment, a nonlinear coupling function driven by the level set curvature is constructed. This function dynamically adjusts the weights of the two terms based on regional characteristics: in flat regions, where the regularization term plays a stronger role, the coupling function appropriately suppresses its contribution while enhancing the fidelity term, ensuring efficient denoising while preserving details; in transitional regions, the coupling function brings the weights of the two terms close to 1 : 1, achieving an approximate balance between denoising and detail preservation; in edge regions, it significantly suppresses the regularization term and enhances the fidelity term to effectively protect edge and texture details. Based on this mechanism, adaptive balancing between the two terms during the denoising process is achieved. The piecewise diffusion coefficient, fidelity term, and coupling function each contribute to performance gains, as demonstrated in the ablation experiments. Their synergistic effect increases the peak signal-to-noise ratio (PSNR) by 0.1398 dB and 0.2216 dB compared to the suboptimal method, improves the structural similarity index (SSIM) by 0.0065 and 0.0038, and reduces the mean squared error (MSE) by 0.3062 and 0.6729. The experiments further confirm that the piecewise diffusion coefficient enhances adaptability, the fidelity term counteracts over-smoothing caused by the regularization term, and the coupling function

achieves an adaptive balance between the two terms. Together, they synergistically optimize noise suppression and detail preservation, making the proposed method optimal. As shown in the comparative experiments, the proposed method effectively suppresses noise while significantly reducing the “staircasing effect” and the generation of isolated speckles. Compared to the comparative models, the images denoised by the proposed method exhibit sharper edges, richer textures, and superior visual quality. The data demonstrate that the proposed method outperforms the comparative models across all four evaluation metrics—MSE, PSNR, SSIM, and signal-to-noise ratio in the region of interest (ROI-SNR)—fully confirming its performance advantages. Furthermore, based on the results, the proposed method not only effectively removes noise and preserves edge textures to the greatest extent but also significantly reduces texture breakage.

Conclusions The results further illustrate that under different noise intensities, the proposed method exhibits stronger anti-interference capability and more stable numerical performance in terms of MSE, PSNR, and SSIM, fully validating its overall superiority. With its excellent denoising capability, edge preservation, robustness, and stability, the proposed method provides novel ideas and approaches for high-precision denoising of X-ray images.

Key words X-ray image denoising; partial differential equations; coupling function; piecewise diffusion coefficient; fidelity term; level set curvature